Relazione di Reech

L.P.

15 Marzo 2012

Consideriamo un fluido semplice. Definiamo la compressibilità isoterma χ_T mediante la relazione

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T, \tag{1}$$

e la compressibilità adiabatica mediante la relazione

$$\chi_S = -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S. \tag{2}$$

Si ha allora la **relazione di Reech**:

$$\frac{\chi_T}{\chi_S} = \frac{C_p}{C_V}, \tag{3}$$

dove $C_{p,V}$ è la capacità termica, rispettivamente a pressione e volume costante.

Per ottenere questa relazione, dobbiamo sfruttare le identità

$$\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left[\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z\right]^{-1}; \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -\left.\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x. \tag{5}$$

Abbiamo così

$$\frac{\chi_T}{\chi_S} = \frac{\partial V/\partial p)_T}{\partial V/\partial p)_S} = -\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \frac{1}{\partial V/\partial S)_p\,\partial S/\partial p)_V} = -\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \frac{\partial S/\partial V)_p}{\partial S/\partial p)_V}. \tag{6}$$

D'altra parte si ha, per un fluido semplice a N fissato, il cui stato è definito da (T, p, N) o (T, V, N):

$$\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \left.\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p \times \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \tag{7}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V = \left.\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \times \left.\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V. \tag{8}$$

Quindi

$$\frac{\chi_T}{\chi_S} = \left\{-\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left[\left.\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V\right]^{-1}\right\} \frac{\partial S/\partial T)_p}{\partial S/\partial T)_V}. \tag{9}$$

L'espressione entro le graffe è pari a 1, a causa delle identità (4,5). D'altra parte si ha

$$\left.\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T}C_V; \qquad \left.\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T}C_p. \tag{10}$$

Otteniamo così la (3).